

## 4 根号を含む式の計算(2)

**KEY 30** 分母が  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$  のときは、分母と分子に  $\sqrt{a} \mp \sqrt{b}$  を掛ける。

分母の有理化(2)

**例 34**  $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  の分母を有理化せよ。

**解答** 
$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3} \quad \leftarrow (a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

$$= \frac{8-2\sqrt{15}}{2} = \frac{2(4-\sqrt{15})}{2} = 4-\sqrt{15} \quad \leftarrow \text{約分する。}$$

**43a** **標準** 次の式の分母を有理化せよ。

(1)  $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

(2)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$

(3)  $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

(4)  $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$

**43b** **標準** 次の式の分母を有理化せよ。

(1)  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

(2)  $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}}$

(3)  $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

(4)  $\frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{2}-3}$

**発展**

**KEY 31**

$a > 0, b > 0$  のとき  $\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$   
 $a > b > 0$  のとき  $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$   
 二重根号をはずす

**例 35** 次の二重根号をはずせ。

(1)  $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$  (2)  $\sqrt{7+\sqrt{24}}$  (3)  $\sqrt{13-4\sqrt{10}}$  (4)  $\sqrt{5-\sqrt{21}}$

**解答** (1)  $\sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{(5+3)-2\sqrt{5 \times 3}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$   
 (2)  $\sqrt{7+\sqrt{24}} = \sqrt{7+2\sqrt{6}} = \sqrt{(6+1)+2\sqrt{6 \times 1}} = \sqrt{6} + 1 \quad \leftarrow \sqrt{1} = 1$   
 (3)  $\sqrt{13-4\sqrt{10}} = \sqrt{13-2\sqrt{40}} = \sqrt{(8+5)-2\sqrt{8 \times 5}} = \sqrt{8} - \sqrt{5} = 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$   
 (4)  $\sqrt{5-\sqrt{21}} = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{21}}{2}} \quad \leftarrow \text{分母と分子に2を掛けて} 2\sqrt{\quad} \text{の形を作る。}$   
 $= \frac{\sqrt{(7+3)-2\sqrt{7 \times 3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$   
 $= \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}-\sqrt{6}}{2} \quad \leftarrow \text{分母を有理化する。}$

**44a** **標準** 次の二重根号をはずせ。

(1)  $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

(2)  $\sqrt{6-\sqrt{20}}$

(3)  $\sqrt{8+4\sqrt{3}}$

(4)  $\sqrt{4+\sqrt{7}}$

**44b** **標準** 次の二重根号をはずせ。

(1)  $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

(2)  $\sqrt{11+\sqrt{40}}$

(3)  $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$

(4)  $\sqrt{2-\sqrt{3}}$

1 不等式とその性質

KEY 32

不等式を作る

数量の大小関係を、不等号  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$  を用いて表した式を不等式という。

$$\frac{4x-7}{\text{左辺}} > \frac{30}{\text{右辺}}$$

両辺

**例 36** 次の数量の大小関係を、不等式を用いて表せ。  
ある数  $x$  を 3 倍して 4 を足した数は、18 以上である。

**解答**  $3x+4 \geq 18$

**45a.** 基本 次の数量の大小関係を、不等式を用いて表せ。

(1) ある数  $x$  の 4 倍から 6 を引いた数は、16 以下である。

(2) ある数  $x$  から 5 を引いた数は、 $x$  の  $\frac{1}{2}$  倍より小さい。

**45b** 基本 次の数量の大小関係を、不等式を用いて表せ。

(1) 1 冊  $a$  円のノート 4 冊と、1 本  $b$  円の鉛筆 3 本の代金は、600 円以上である。

(2) ある数  $x$  を 4 倍して 3 を足した数は、 $x$  を 7 倍して 4 を引いた数より大きい。

KEY 33

不等式の解

$x$  を含む不等式が与えられたとき、その不等式を成り立たせる  $x$  の値を、その不等式の解という。

**例 37** 1, 2, 3, 4, 5 の中から、次の不等式の解を選べ。

- (1)  $x > 2$  (2)  $2x - 1 \leq 4$

**解答** (1)  $x=3, 4, 5$  (2)  $x=1, 2$

**46a** 基本 1, 2, 3, 4, 5 の中から、次の不等式の解を選べ。

(1)  $x+2 \geq 4$

(2)  $3x < 10$

**46b** 基本 1, 2, 3, 4, 5 の中から、次の不等式の解を選べ。

(1)  $x-1 < 2$

(2)  $-4x+15 \geq 0$

KEY 34

不等式の性質

- ①  $a < b$  ならば  $a+c < b+c$ ,  $a-c < b-c$   
 ②  $a < b$ ,  $c > 0$  ならば  $ac < bc$ ,  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$   
 ③  $a < b$ ,  $c < 0$  ならば  $ac > bc$ ,  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

**例 38**  $a < b$  のとき、次の  $\square$  にあてはまる不等号を書き入れよ。

(1)  $3a-2 \square 3b-2$  (2)  $-\frac{a}{2}+3 \square -\frac{b}{2}+3$

**解答** (1)  $a < b$  の両辺に 3 を掛けると  $3a < 3b$   
 $3a < 3b$  の両辺から 2 を引くと  $3a-2 < 3b-2$   
 (2)  $a < b$  の両辺を  $-2$  で割ると  $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$   
 $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$  の両辺に 3 を足すと  $-\frac{a}{2}+3 > -\frac{b}{2}+3$

**47a** 基本  $a < b$  のとき、次の  $\square$  にあてはまる不等号を書き入れよ。

(1)  $a+4 \square b+4$

(2)  $-2a \square -2b$

(3)  $4a-1 \square 4b-1$

**47b** 基本  $a \geq b$  のとき、次の  $\square$  にあてはまる不等号を書き入れよ。

(1)  $a-3 \square b-3$

(2)  $\frac{a}{2} \square \frac{b}{2}$

(3)  $3-\frac{a}{5} \square 3-\frac{b}{5}$

## 2 1次不等式(1)

## KEY 35

- ① 不等式を  $ax > b$ ,  $ax \leq b$  などの形にする。  
 ② 両辺を  $x$  の係数  $a$  で割る。

1次不等式の解法

例 39 1次不等式  $2x+1 > 4x-3$  を解け。

解答  $2x-4x > -3-1$   
 $-2x > -4$   
 よって  $x < 2$

- ◀  $1$  と  $4x$  を移項する。  
 ◀ 両辺を整理する。  
 ◀ 両辺を  $-2$  で割る。

48a 基本 次の1次不等式を解け。

(1)  $x+3 \geq 8$

(2)  $-4x-12 < 0$

(3)  $2x-3 > x+1$

(4)  $7x+5 < -6-4x$

(5)  $4x-9 \geq 6x+3$

(6)  $2x+6 < 4x+5$

48b 基本 次の1次不等式を解け。

(1)  $x-2 < -5$

(2)  $-x+1 > 0$

(3)  $4x+1 \geq 2x+5$

(4)  $5x+7 \leq x$

(5)  $3x-8 > 4x-3$

(6)  $7-x \leq 4x+2$

## KEY 36

移項できるように、かっこをはずす。

かっこがついた場合

例 40 1次不等式  $2(x-7) > 5x+1$  を解け。

解答 かっこをはずすと  $2x-14 > 5x+1$   
 $-3x > 15$   
 よって  $x < -5$

- ◀ 移項して整理する。  
 ◀ 両辺を  $-3$  で割る。

49a 基本 次の1次不等式を解け。

(1)  $5x-7 > 3(x+1)$

(2)  $5(2-x) \leq x-8$

(3)  $3x+4 < -2(2x+5)$

(4)  $4(2x-1) \geq 5(x+4)$

49b 基本 次の1次不等式を解け。

(1)  $3(x-3) \leq 7-x$

(2)  $3x-5 > 4(2x-5)$

(3)  $-3(4-x) \geq 4-5x$

(4)  $2(7-2x) < -7(x-6)+2$