

1 - 2 課題 (応用クラス)

応用クラスは授業を進めています。(他クラスもいつ学級閉鎖等になるか今後の状況は読めないため) 授業再開後やテスト前に復習等しますので、焦らず、課題に取り組んで下さい。

①教科書 p 25～33 の解説を熟読する。

②スタディ p 33～34、 p 36～39 を自分で解いてみる。

「ステイホーム」はきついと思いますが、自分なりにうまく気持ちをコントロールして、規則正しい生活を心がけましょう！

登校する日を楽しみに待っています。

数学科 照屋 美歩

※標準クラスは登校後授業を再開しますので、焦らなくても大丈夫です。このプリントを見て予習してして下さい。

●分母の有理化 (教 p 25)

分母に√を含む数は、分母と分子に同じ数をかけることで、
分母に√を含まない数に変形できる。

←分母と分子に同じ数をかけ
ても、値は変わらない。

このことを、分母の **有理化** という。

$$\frac{\triangle}{\circ} = \frac{\triangle \times \square}{\circ \times \square}$$

例 8 (1) $\frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{4 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{18}} = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

分母を有理化
すると、およその
値が求めやすい。

$$\sqrt{2} = 1.414 \text{ とすると}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.414}{2} = 0.707$$

【例 10】 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

(3) $\frac{2}{\sqrt{50}}$

$$= \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \quad = \frac{2 \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

例題 1 $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

← $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ を利用する!



《解答》 $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{6-2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

←およその値は $\frac{2.449-1.414}{4} = 0.258 \dots$

【問 11】 次の式の分母を有理化せよ。

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{1 \times (\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{2 \times (\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$

(3) $\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2 \times (\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3} - 1$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times (2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{4-3} = 2\sqrt{3} + 3$

(5) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{3-2\sqrt{6}+2}{3-2} = 5 - 2\sqrt{6}$

(6) $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{5+2\sqrt{5}+1}{5-1} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

発展 二重根号をはずす

(教 p27)

展開

$$(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \pm 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = (a + b) \pm 2\sqrt{ab}$$

より、

因数分解

$$(a + b) \pm 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2$$

が成り立つ。

よって、一般に、次のことが成り立つ。

二重 根号をはずす。

$a > 0, b > 0$ のとき

$$\sqrt{(a+b) + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$a > b > 0$ のとき

$$\sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad \leftarrow \text{大-小}$$

たす

かける

2つの条件を満たす2数を求める!

【例1】 (1) $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ ← たして 7, かけて 10 となる2数は 2, 5

(2) $\sqrt{8 - \sqrt{60}} = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$

$= \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ← たして 8, かけて 15 となる2数は 3, 5

ただし、**大-小**

(3) $\sqrt{9 + 6\sqrt{2}} = \sqrt{9 + 2\sqrt{18}} \leftarrow 6\sqrt{2} = 2 \cdot 3 \sqrt{2} = 2\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 2}$

$= \sqrt{6} + \sqrt{3}$ ← たして 9, かけて 18 となる2数は 3, 6

【問1】 次の二重根号をはずせ。

(1) $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} + \sqrt{1} = \sqrt{5} + 1$ (2) $\sqrt{9 - 2\sqrt{14}} = \sqrt{7} - \sqrt{2}$

(3) $\sqrt{4 + \sqrt{12}} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

(たして4, かけて3 → 1, 3)

$= \sqrt{3} + \sqrt{1} = \sqrt{3} + 1$

(4) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}}$

(たして7, かけて12 → 3, 4)

$= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$

3節 1次不等式 (教 p 28)

① 不等式

ねらい 数や式の大小の関係を不等号や数直線を利用して表してみよう。

●不等式

50g の小皿に砂糖をのせて重さを計ったら、120g より重かった。
 砂糖の重さを x g とすると、砂糖と小皿の合計の重さは $(x+50)$ g となり、
 これが 120g より大きいので

$$x+50 > 120 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

が成り立つ。



①のように、数量の大小関係を不等号

$$> , < , \geq , \leq$$

を用いて表した式を **不等式** という。

① において $x=70$ のとき、左辺と右辺は等しくなるから、砂糖の重さは 70g より大きい。
 これを $x > 70$ と表す。 $\leftarrow 70 < x$ と表してもよい。

なお、不等号の意味は次の表のようになる。

不等号	$>$	$<$	\geq	\leq
例	$x > 70$	$x < 70$	$x \geq 70$	$x \leq 70$
意味	x は 70 より大きい	x は 70 より小さい x は 70 未満	x は 70 以上	x は 70 以下

↑ 70 を含まない。↑

↑ 70 を含む。↑

【問 1】 次の大小関係を、不等号を用いて表せ。

- (1) x は 2 より大きい。 $x > 2$
- (2) x は -3 以上である。 $x \geq -3$
- (3) x は 3 より小さい。 $x < 3$
- (4) x は -1 以下である。 $x \leq -1$

【問 2】 次の数量の大小関係を、不等式を用いて表せ。

- (1) ある数 x の 2 倍から 3 を引いた数は、5 以上である。 $2x - 3 \geq 5$
- (2) 1 個 x kg の荷物 3 個の重さは、7kg 以下である。 $3x \leq 7$
- (3) 1 個 x 円のドーナツ 7 個の代金は、1000 円未満である。 $7x < 1000$

● 不等式の解 (教 p 29)

いろいろな x の値に対して、不等式

$$2x - 1 \geq 5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

が成り立つかどうかを調べてみよう。

右の表から、不等式①は、 x の値が 1, 2 のとき成り立たないが、3, 4, 5 のとき成り立つことがわかる。

x	左辺	大小	右辺
1	1	<	5
2	3	<	5
3	5	=	5
4	7	>	5
5	9	>	5

このように、 x を含む不等式が与えられたとき、その不等式を成り立たせる x の値を、その不等式の **解** という。

3, 4, 5 はいずれも不等式①の解である。

たとえば、3.1, 3.01 など不等式①の解である。

x の値が 3 より大きくなると、 $2x - 1$ の値が 5 より大きくなる。

よって、不等式①を成り立たせる x の値は、

3 以上のすべての実数

であり、これは不等式

$$x \geq 3$$

で表される。

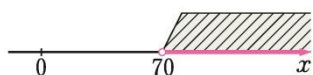
不等式が成り立つ x の値の範囲を数直線上に図示してみよう。



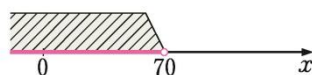
例 不等式と数直線(1)

次の不等式をみたま x の値の範囲を図示してみよう。

(1) **大** $x > 70$

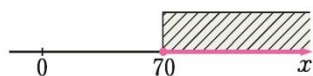


(2) **小** $x < 70$

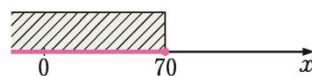


← 数直線上の ○ 印はその値を **含まない** ことを表している。境界線は **斜線**。

(3) **大** $x \geq 70$



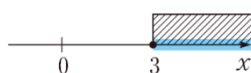
(4) **小** $x \leq 70$



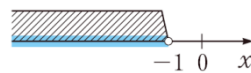
← 数直線上の ● 印はその値を **含む** ことを表している。境界線は **直線**。

例 2

(1) **大** $x \geq 3$

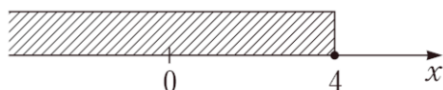


(2) **小** $x < -1$

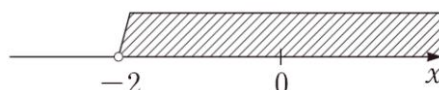


【問 3】 次の x の値の範囲を数直線上に図示せよ。

(1) $x \leq 4$



(2) $x > -2$

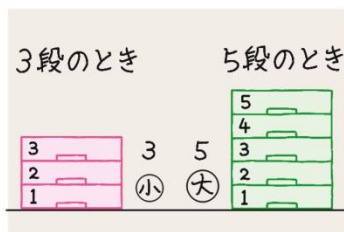


②不等式の性質 (教 p 30)

ねらい 不等式を変形するときの基本的な性質を学ぼう。

○同じ数をたす・ひく

同じ大きさの書類ケースを重ねて高さを比べてみよう。

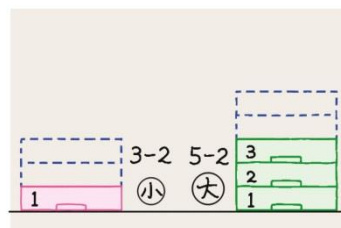
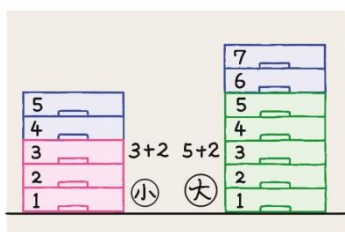


$$3x - 5 \leq 10$$

左辺 右辺
両辺

(1) 両方に 2 段ずつ増やすと

(2) 両方から 2 段ずつ減らすと



これを不等式で考えると、次のようになる。

(1) 不等式 $3 < 5$ の両辺に

(2) 不等式 $3 < 5$ の両辺から

同じ数 2 をたすと

同じ数 2 をひくと

$$\text{左辺} = 3 + 2 = 5$$

$$\text{左辺} = 3 - 2 = 1$$

$$\text{右辺} = 5 + 2 = 7$$

$$\text{右辺} = 5 - 2 = 3$$

すなわち、 $3 + 2 < 5 + 2$ で、

すなわち、 $3 - 2 < 5 - 2$ で、

不等号の向きは **変わらない**。

不等号の向きは **変わらない**。

一般に、不等式の両辺に同じ数をたしても、両辺から同じ数をひいても、不等号の向きは変わらない。

不等式の性質(1)

$a < b$ のとき

$$a + c < b + c \quad a - c < b - c$$

不等号の向きが
変わらない
⇕
大小関係が変わらない

(問 4) $a < b$ のとき、次の□にあてはまる不等号を入れなさい。

(1) $a + 3 < b + 3$

(2) $a - 2 < b - 2$

○同じ数をかける・同じ数でわる (教 p 31)

(1) 不等式 $3 < 5$ の両辺に

同じ正の数 2 をかけると

$$\text{左辺} = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{右辺} = 5 \times 2 = 10$$

すなわち, $3 \times 2 < 5 \times 2$ で,

不等号の向きは **変わらない**。

(2) 不等式 $3 < 5$ の両辺に

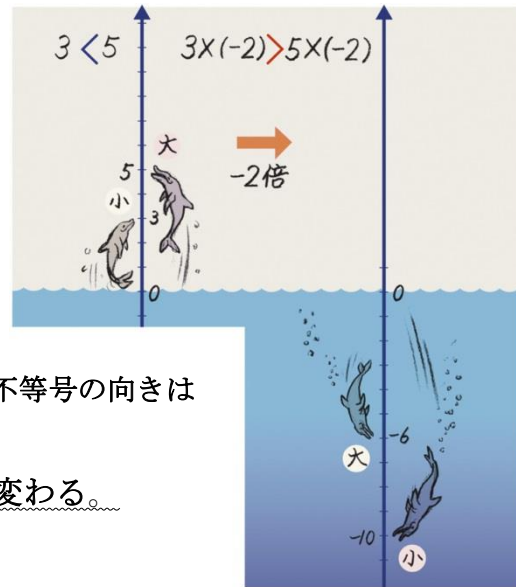
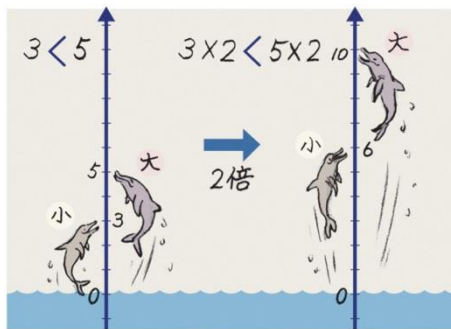
同じ負の数 -2 をかけると

$$\text{左辺} = 3 \times (-2) = -6$$

$$\text{右辺} = 5 \times (-2) = -10$$

すなわち, $3 \times (-2) > 5 \times (-2)$ となり,

不等号の向きが **変わる**。



一般に, 不等式の両辺に同じ正の数をかけても, 不等号の向きは **変わらないが**

同じ負の数 をかけると, 不等号の向きが**変わる**。

また, 不等式 $a < b$ の両辺を c でわることは, 両辺に $\frac{1}{c}$ をかけることと同じだから, 次のようになる。

$$\bullet \div c = \frac{\bullet}{c} = \bullet \times \frac{1}{c}$$

← 結果は同じ →

不等式の性質(2)

$a < b$ のとき

3 $0 < c$ ならば

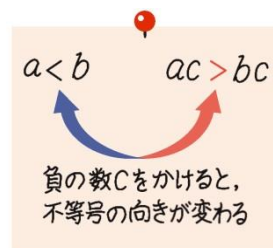
$$ac < bc$$

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

4 $c < 0$ ならば

$$ac > bc$$

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$



不等号の向きが変わる
⇕
大小関係が変わる

(問 5) $a < b$ のとき, 次の にあてはまる不等号を入れなさい。

(1) $2a < 2b$

(2) $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

(3) $-a > -b$

(4) $\frac{a}{-5} > \frac{b}{-5}$

③ 1次不等式の解法 (教 p 32, 33)

x の 1 次式で表される不等式を **1次不等式** という。不等式をみたす x の値を、その不等式の **解** といい、

不等式のすべての解を求めることを **不等式を解く** という。

左辺が x だけになるように
不等式の性質を利用する

例 5 不等式の性質を利用して、不等式

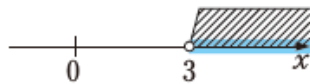
$$x + 2 > 5 \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad \text{を解いてみよう。}$$

$$x + 2 - 2 > 5 - 2 \quad \leftarrow \text{両辺から 2 をひく。 (不等式の性質 (1) を利用)}$$

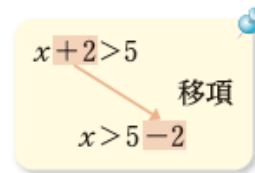
$$\text{よって } x > 3$$

例 5 において、3 より大きい数はすべて不等式①の解であり、3 以下のどの数も不等式①の解ではない。

不等式①の解 $x > 3$ を数直線上に表すと、次のようになる。



不等式でも、等式と同様に移項することによって、解を求めることができる。



例 6 不等式 $x + 5 \leq 7$ を解く

$$5 \text{ を移項すると } x \leq 7 - 5$$

$$\text{したがって } x \leq 2$$

【問 6】 次の不等式を解け。

(1) $x - 3 \geq 5$

$$x \geq 5 + 3$$

$$x \geq 8$$

(2) $x + 1 < -4$

$$x < -4 - 1$$

$$x < -5$$

例 7 1 次不等式 $2x - 6 < 0$ を解く

$$\text{移項すると } 2x < 6$$

$$\text{両辺を 2 で割って } x < 3$$

【問 7】 次の 1 次不等式を解け。

(1) $3x - 15 < 0$

$$3x < 15$$

$$x < 5$$

(2) $4x + 12 > 0$

$$4x > -12$$

$$x > -3$$

(3) $2x + 10 \leq 0$

$$2x \leq -10$$

$$x \leq -5$$

例 8 1 次不等式 $-2x - 6 < 0$ を解く

移項すると $-2x < 6$

両辺を -2 で割って $x > -3$

【問 8】 次の 1 次不等式を解け。

(1) $-3x - 15 < 0$

$-3x < 15$

$x > -5$

(2) $-4x + 8 > 0$

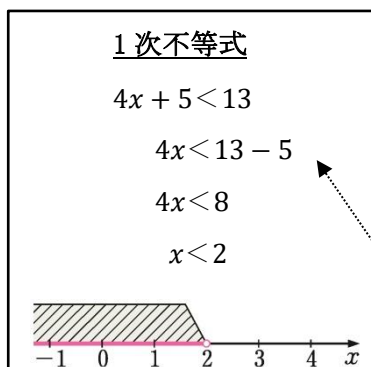
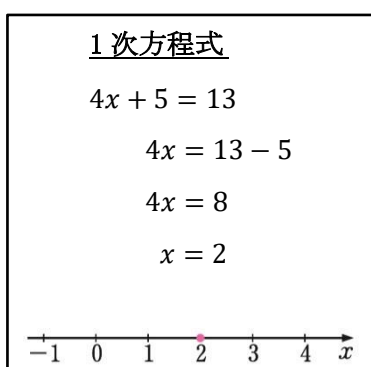
$-4x > -8$

$x < 2$

(3) $-x + 1 \geq 0$

$-x \geq -1$

$x \leq 1$



←両辺から 5 をひく

←両辺を 4 でわる

1 次不等式でも移項することができ、符号が逆になる。

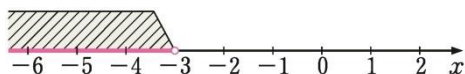
例題 1 1 次不等式 $4x - 3 > 7x + 6$ を解きなさい。

解答 $7x$ を左辺に、 -3 を右辺にそれぞれ移項すると

$4x - 7x > 6 + 3$

$-3x > 9$

$x < -3$ 答



←移項すると符号が逆になる。

←両辺を -3 でわる

両辺を負の数でわると不等号の向きが変わる。

Key Point

$-2x \leq -8$

両辺を負の数でわると不等号の向きが変わる。

$x \geq 4$

【問 9】 次の 1 次不等式を解け。

(1) $5x - 4 > 2x + 5$

$5x - 2x > 5 + 4$

$3x > 9$

$x > 3$

(2) $x - 1 \leq 3 - x$

$x + x \leq 3 + 1$

$2x \leq 4$

$x \leq 2$

(3) $x - 5 < 4x + 1$

$x - 4x < 1 + 5$

$-3x < 6$

$x > -2$

(4) $2 - x \geq 3x - 2$

$-x - 3x \geq -2 - 2$

$-4x \geq -4$

$x \leq 1$